Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»

Кучеренко Олександр Євгенович

УДК 624.04:004.942:519.853:519.688

Нелінійна оптимізація топології стрижневих систем при дії детермінованих і випадкових навантажень

05.23.17 — будівельна механіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Дніпро — 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Єгоров Євгеній Аркадійович,
ДВНЗ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», завідувач кафедри металевих, дерев'яних і пластмасових конструкцій.

Офіційні опоненти:

заслужений діяч науки і техніки України,
доктор технічних наук, професор **Дзюба Анатолій Петрович**,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, професор кафедри теоретичної і комп'ютерної механіки;

доктор технічних наук, професор **Зеленцов Дмитро Гегемонович**,
ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет», завідувач кафедри інформаційних систем.

Захист відбудеться «6» червня 2019 р. о 12 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 08.085.02 при Державному вищому навчальному закладі «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» за адресою: 49600 м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Державного вищого навчального закладу «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури» за адресою: 49600 м. Дніпро, вул. Чернишевського, 24а та на сайті http://pgasa.dp.ua/.

Автореферат розіслано «3» травня 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
Д 08.085.02 д.т.н., професор Слободянюк С.О.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Останнім часом має місце дуже динамічний розвиток в галузі створення легких конструкцій різноманітного призначення. Багато з них виконуються як стрижневі системи: це і традиційні будівельні конструкції у вигляді ферм, куполів, структур, стрижневих башт, але це й сучасні складні за формою металеві каркаси висотних будівель, стрижневі каркаси наземних антен і телескопів, саморозгортаючихся космічних комплексів, комплексів воєнного призначення тощо. У реальних умовах експлуатації всіх таких систем має місце спільний вплив навантажень, які можуть мати детерміновану або ймовірнісну природу. Складна комбінація умов експлуатації конструкцій висуває підвищені вимоги до надійності, довговічності й інших інженерних та технічних характеристик - з одного боку, і мінімізації матеріальних витрат на виробництво - з іншого. Це веде до необхідності розробки науково обґрунтованих методів проектування стрижневих систем, що дозволяли б одержувати на виході такі конструктивні схеми, які б одночасно забезпечували виконання необхідних технічних вимог і мінімізували витрати матеріалів, вирішуючи в такий спосіб суперечливу задачу.

Аналіз показує, що одним з перших обов'язкових етапів таких методів має бути визначення оптимальної топології (загальної схеми) об'єкту, що проектується, бо саме топологія закладає напрямок до раціонального рішення. Суттєво ускладнює розв'язання задачі й імовірнісна природа даних, які характеризують умови експлуатації конструкції. В підсумку у проблемі тісно переплітаються питання будівельної механіки (основні рівняння механіки, розрахунки на стійкість і міцність), моделювання (топологія стрижневої системи), математичного програмування (нелінійна оптимізаційна задача з умовами), прикладної статистики (методи непараметричної статистики). Вирішенню всіх цих питань з позиції оптимальної топології стрижневої систем і присвячена дана дисертаційна робота.

Наявні в цій галузі роботи або досліджують сугубо математичну сторону оптимізаційної задачі без урахування прикладних питань, або обмежуються розв'язком якоїсь окремої інженерної проблеми. У тих роботах, які враховують імовірнісну природу навантажень, проблема оптимізації топології зазвичай не розглядається. Загалом з аналізу публікацій випливає, що, незважаючи на наявність значної кількості досліджень в галузі оптимального проектування, цілий ряд аспектів проблеми все ще чекає на свій розв'язок, і тому проблема розробки нових методів і алгоритмів оптимального проектування стрижневих систем є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в рамках дослідження методів оптимального проектування стрижневих систем, що проводиться на кафедрі металевих, дерев'яних і пластмасових конструкцій Придніпровської державної академії будівництва та архітектури у відповідності до довгострокової Державної науково-технічної програми “Ресурс”, основні положення якої відображені у постанові Кабінету Міністрів України від 8 жовтня 2004 р. №1331 та уточнені у постанові Президії НАН України від 12.12.2012 №247 щодо подальшого розвитку програми. Серед іншого програма передбачає вдосконалення методів “проектування і виготовлення металевих конструкцій для споруд важливого господарського значення”.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розробка ефективного підходу до оптимального проектування стрижневих системи, які призначені для експлуатації при дії детермінованих і випадкових навантажень. Ця проблема передбачає розв’язання наступних задач:

— аналіз розрахункових методів, що існують в галузі оптимального проектування стрижневих систем, та інженерно-технічних критеріїв і вимог, що висуваються до конструкцій у відповідності до будівельних норм;
— формулювання та розв’язання задачі оптимізації топології стрижневої системи;
— розробка алгоритму інтеграції інженерно-технічних критеріїв та вимог з оптимізаційною задачею;
— розробка алгоритму розв’язання оптимізаційної задачі з урахуванням навантажень випадкової природи;
— розв’язання конкретних задач оптимізації топології стрижневих систем з метою мінімізації їх маси.

Об’єкт дослідження - процес моделювання стрижневих систем, що функціонують при дії детермінованих і випадкових навантажень.

Предмет дослідження - математичні моделі та обчислювальні методи оптимізації топології стрижневих систем.

Методи дослідження. У роботі використовуються методи класичної механіки, математичного програмування і непараметричної статистики, метод скінченних елементів та комп’ютерне моделювання стрижневих систем.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

— вперше запропоновано новітній підхід до розв’язання задачі оптимізації топології стрижневих систем, що поєднує переваги класичної опуклої оптимізації з виконанням умов, передбачених нормами проектування;
— вперше запропоновано і доведено до практичної реалізації схему інтеграції інженерно-технічних критеріїв і вимог, що висуваються до конструкції, з напіввизначеною оптимізаційною задачею, що дозволяє суттєво скоротити обчислювальні витрати;
— вперше розроблено апроксимаційний алгоритм визначення геометричних характеристик перерізів стрижнів на основі площ перерізів, що дозволяє суттєво розширити коло розв’язуваних задач;
— вперше розроблено узагальнений алгоритм розв’язання задачі оптимізації топології стрижневих систем, який враховує як детерміновані навантаження, так і навантаження випадкового характеру, що дозволяє застосовувати запропонований підхід для проектування унікальних

конструкцій інноваційного характеру; обґрунтовано використання методів непараметричної статистики для визначення статистичних оцінок параметрів стрижнів системи.

Практичне значення одержаних результатів. Запропонований узагальнений підхід дозволяє визначати оптимальні рішення стрижневих систем, які широко застосовуються в різноманітних будівлях і спорудах. Розроблена методика розрахунків суттєво зменшує часові витрати на виконання обчислювальних операцій з визначення оптимальних параметрів конструкцій, які зазнають впливу детермінованих і випадкових навантажень. Запропоновані розробки можуть ефективно використовуватися в практиці проектування для розв'язання інженерних задач оптимізації топології стрижневих систем, забезпечуючи високий рівень їхніх економічних та технологічних показників, а також можуть бути корисними при подальшому дослідженні оптимізаційних та статистичних методів у будівельній та обчислювальній механіці.

Особистий внесок здобувача. Основні результати, які виносяться на захист, отримані автором самостійно. В роботах, що опубліковані у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в наступному:
— формалізація оптимізаційної задачі [5,6,8,9];
— розробка алгоритму визначення геометричних характеристик перерізів стрижнів та перевірки систем, що моделюються, на міцність і стійкість [5,6,8,9];
— розробка алгоритму розв'язання оптимізаційної задачі при дії випадкових навантажень [5];
— чисельне моделювання стрижневих систем з метою пошуку їх оптимальних параметрів [5,6,8,9].

Апробація результатів дисертації. Основні результати дослідження представлені на міжнародній науково-технічній конференції "Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні" (Дніпропетровськ, 2015 р.) [7], міжнародній науково-практичній конференції "Стійке житло і людські поселення"(Братислава, 2018) [8], міжнародній науково-практичній конференції "Інноваційні технології життєвого циклу об'єктів житлово-цивільного, промислового і транспортного призначення" (Брюховичі, 2018) [9]. У повному обсязі робота доповідалася 2 листопада 2017 р. на міжвузівському науковому семінарі "Проблеми нелінійної механіки", 12 квітня 2018 р. на розширеному науковому семінарі кафедри металевих, дерев'яних і пластмасових конструкцій у ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури" та 23 травня 2018 р. на науковому семінарі Придніпровського наукового центру НАН України секції "Сучасні проблеми управління та моделювання складних систем" у Національній металургійній академії України.

Публікації. Результати дисертаційної роботи відображені в 9 наукових публікаціях, серед яких 6 статей опубліковані у фахових виданнях України (з них 5 праць опубліковані у збірниках, що індексуються в міжнародних наукометричних базах), 2 праці у колективних монографіях та 1 теза доповіді на міжнародній науковій конференції.

Структура та обсяг дисертації. Робота складається зі вступу, п'ятьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації - 181 сторінка машинописного тексту, з них основний текст на 129 сторінках, список використаних джерел із 157 найменувань на 15 сторінках. Робота містить 70 рисунків, 8 таблиць та 13 додатків на 37 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** дисертаційної роботи обґрунтована актуальність теми; послідовно описані мета, об'єкт, предмет та методи дослідження. Відзначені наукова новизна, практичне значення отриманих результатів та їх достовірність. Наведено посилання на публікації, в яких представлені основні результати дослідження.

У **першому розділі** виконано огляд публікацій за напрямом дисертаційного дослідження, в якому подано аналіз стану проблеми оптимального проектування стрижневих систем - від формулювання загальної математичної задачі до її часткового розв'язання різними аналітичними або чисельними методами. Відзначено суттєвий внесок у розробку методів оптимального проектування конструкцій таких вчених, як М.В. Банічук, А. Бєн-Таль, В.О. Пермяков, М. Кочвара, С.Ф. Пічугін, Р.М. Фройнд, В.О. Бараненко, Ю.М. Почтман, А.І. Маневич, І.Н. Серпик, А. Брандт, В.О. Трофимович, Є.І. Бєлєня, В.П. Валуйських, В.Б. Гриньов, А.П. Дзюба, Д.Г. Зеленцов, Я. Арора, Е. Хог, К. Мажід.

У *підрозділі 1.1* наведено теорії, математичні моделі та алгоритми оптимізації топології стрижневих систем. Розглянуто основні оптимізаційні задачі - від таких, що мають загальну форму функціоналів (інтегральних і локальних) до конкретних задач опуклого програмування.

У *підрозділі 1.2* надано основні відомості про ті стрижневі системи, оптимізація топології яких розглядається у цій дисертаційній роботі - з урахуванням деяких припущень та спрощень.

Другий розділ присвячено детальному аналізу проблеми оптимізації топології стрижневої системи як задачі опуклого програмування.

У *підрозділі 2.1* стрижнева система формально розглядається як граф, в якому множина вершин - вузли, а множина ребер - стрижні. Таким чином, задача оптимізації була зведена до вибору такого оптимального підграфа з повного графа ($\mathbb{G}_{opt} \subseteq \mathbb{G}$), який би відповідав певним умовам (рис. 1).

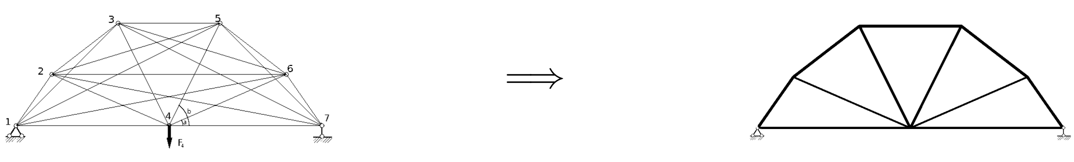

Рисунок 1 – Повний граф $\mathbb{G}$ і оптимальний підграф $\mathbb{G}_{opt}$

Основу оптимізаційної задачі складають дві найважливіші умови, де перше рівняння - це умова рівноваги зовнішніх сил та внутрішніх зусиль в кожному з елементів системи, друге - умова сумісної деформації елементів системи. Математично ці умови зводяться до системи рівнянь будівельної механіки, яка має наступний вигляд:

$$\begin{cases} Pf + F = 0 \\ P^T u + \Delta = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Тут P - матриця рівнянь рівноваги, f - вектор внутрішніх зусиль, F - вектор зовнішніх сил, u - вектор переміщень, Δ - вектор деформацій. Цих двох рівнянь достатньо, щоб сформулювати задачу оптимізації топології стрижневої системи.

У *підрозділі 2.2* розглянуто вибір цільової функції оптимізаційної задачі. Зазначено, що загалом проблема має форму багатокритеріальної оптимізаційної задачі:

$$\{J_v, J_u, -J_\sigma\} \to min, \tag{2}$$

де J_v - інтегральний функціонал об'єму, J_u - локальний функціонал жорсткості, J_σ - локальний функціонал міцності.

У *підрозділі 2.3* задача оптимізації топології стрижневої системи аналізується як задача опуклого програмування у традиційній квадратичній формі:

$$\begin{aligned} minimize_{f,\ v}\ & \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} \frac{L_i^2}{E_i}\frac{f_i^2}{v_i} \\ s.t.\ & P \cdot f = -F \\ & \sum_{i}^{m} v_i = V \\ & v \succeq 0 \\ & f,\ v \in \mathbb{R}^m. \end{aligned} \tag{3}$$

Тут F - навантаження на вузли ферми; f - зусилля в стрижнях; P - матриця рівнянь рівноваги системи; v_i - об'єм стрижня; V - загальний об'єм матеріалу; L_i - довжина стрижня; E_i - модуль Юнга. Після певних перетворень було отримано розв'язок (3) для обчислення об'ємів стрижнів в аналітичному виді:

$$v_i = V\frac{\sqrt{\frac{L_i^2 f_i^2}{E_i}}}{\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\frac{L_i^2 f_i^2}{E_i}}}. \tag{4}$$

Рівняння (4) дозволяє стверджувати, що при заданому навантаженні співвідношення між об'ємами стрижнів $v_1 : v_2 : \ldots : v_m$ не залежатиме від параметра

V, тому умову $\sum_i^m v_i = V$ можна замінити на $\sum_i^m v_i = 1$:

$$\begin{aligned} & minimize_{f,\ v}\ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i^2}{E_i}\frac{f_i^2}{v_i} \\ & s.t.\ P\cdot f = -F \\ & \sum_i^m v_i = 1 \\ & v \succeq 0 \\ & f,\ v \in \mathbb{R}^m. \end{aligned} \tag{5}$$

Розв'язання задачі (5) дозволяє безпосередньо визначити співвідношення між об'ємами стрижнів; окремо ж для заданого інтегрального параметра V об'єм кожного стрижня обчислюється в такий спосіб:

$$t_i = v_i \cdot V. \tag{6}$$

Задачу (5) було перетворено в еквівалентну їй напіввизначену форму. Цей вид задач опуклого програмування має переваги над квадратичною формою, зокрема в тому, що стосується ресурсомісткості. В підсумку кінцева форма задачі оптимізації топології стрижневої системи має такий вигляд:

$$\begin{aligned} & minimize_{\Theta,v}\ \sum_{j=1}^{M}\phi_j\Theta_j \\ & s.\ t.\ \begin{pmatrix}\phi_j\Theta_j & F_j^T \\ F_j & \sum_{i=1}^m \frac{E_i v_i}{L_i^2}p_i p_i^T\end{pmatrix} \succeq 0,\ j = 1,\ldots,M \\ & \sum_{i=1}^{m} v_i = 1 \\ & v \succeq 0, \end{aligned} \tag{7}$$

де ϕ_j - "вага" або "важливість" j-го навантаження, причому $\sum_{j=1}^M \phi_j = 1$; Θ_j - верхня оцінка величини енергії пружної деформації стрижневої системи. Задача в формі (7) має суттєву перевагу над традиційною задачею (3): вона розв'язується тільки один раз для заданого навантаження, визначаючи таким чином співвідношення між об'ємами стрижнів, а параметр V визначається з додаткових умов в ітераційному режимі.

У *підрозділі 2.4* наведено формулювання задачі оптимізації топології стрижневої системи на мові MATLAB/OCTAVE з використанням пакету CVX (система OCTAVE та пакет CVX розповсюджуються за ліцензію на вільне програмне забезпечення GNU General Public License), який суттєво спрощує запис задач опуклого програмування. Порівняння розв'язків оптимізаційних задач у формі (3) та (7) показує, що обидва підходи дають ідентичні результати, що свідчить про правомірність перетворень.

У *підрозділі 2.5* проведено стислий аналіз додаткових умов, які дозволяють визначити субоптимальні значення функціоналів об'єму J_v і міцності J_σ. Наведена загальна схема розв'язання задачі оптимізації топології стрижневої системи.

У **третьому розділі** докладно розглядаються додаткові умови, які забезпечують виконання інженерно-технічних вимог до стрижневої системи і є обов'язковими при розгляданні стрижневих систем як систем будівельної механіки.

Насамперед до таких вимог відноситься умова міцності. У *підрозділі 3.1* розглянуто поведінку елементів системи при центральному розтяганні та стисканні, а саму умову міцності записано відповідно до норм проектування сталевих конструкцій (ДБН В.2.6-198:2014):

$$\frac{N\gamma_n}{A_n R_y \gamma_c} \leqslant 1, \tag{8}$$

де N - поздовжня сила; A_n - площа перерізу; R_y - розрахунковий опір; γ_n - коефіцієнт надійності за відповідальністю; γ_c - коефіцієнт умов роботи.

У *підрозділі 3.2* відзначено важливість відповідності граничного прогину системи певним нормам - як з конструкційно-технологічних, так і з естетико-психологічних міркувань. Наведено методику обчислення прогину конструкції з урахуванням (7).

У *підрозділі 3.3* докладно аналізується проблема загальної стійкості стрижневої системи. Зазначається, що традиційний підхід до оцінки стійкості, який застосовується у нормах проектування, не є придатним у випадку обчислення довільних просторових систем, оскільки коефіцієнт приведення довжини стрижня може приймати значення в широкому діапазоні. Більш раціональним є підхід, заснований на методі скінченних елементів. В цій роботі вважається, що поведінка стрижнів підпорядковується класичній теорії Ейлера-Бернуллі, згідно якої для кожного елемента системи формується звичайна k_e та геометрична k_g матриці жорсткості. Дотична матриця жорсткості стрижня буде дорівнювати їх сумі:

$$k_i = k_e + k_g. \tag{9}$$

За допомогою трансформаційної матриці T матриця k_i, що подана у локальних координатах, перетворюється на матрицю, що задана у глобальних координатах:

$$K_i = T^T k_i T. \tag{10}$$

Із сукупності дотичних матриць стрижнів за допомогою спеціальної процедури ("збірки") формується дотична матриця жорсткості конструкції K_τ, яка й використовується для визначення загальної стійкості системи. Для цього проводиться LDL^*-декомпозиція:

$$K_\tau = LDL^*, \tag{11}$$

де L - нижня трикутна матриця, D - діагональна матриця, L* - сполучено-транспонована матриця L. Якщо $D_{ii} > 0$ для довільного i, вважається, що система знаходиться в стабільній рівновазі. Ця умова й приймається як критерій загальної стійкості стрижневої системи.

У *підрозділі 3.4* вирішується проблема визначення моментів інерції стрижнів, яка є важливою частиною розв'язання задачі загальної стійкості системи, тому що побудова матриць жорсткості неможлива без певних значень моментів інерції. Як зазначено в *підрозділі 2.3*, результатом розв'язання задачі (7) є співвідношення об'ємів стрижнів $v_1 : v_2 : \ldots : v_m$. Для простих перерізів типу "квадрат" або "круг" достатньо знати площу для розрахунку моменту інерції стрижня, але для більш складної геометрії цієї інформації недостатньо. Перехід від площі перерізу до моменту інерції є некоректною за Адамаром задачею, бо одній площині перерізу може відповідати кілька моментів інерції. Для обчислення моментів інерції необхідна додаткова інформація, роль якої можуть відігравати дані з сортаменту прокатних профілів.

При розв'язанні оптимізаційної задачі (7) обчислена площа стрижня практично завжди буде перебувати в деякому інтервалі (A_i, A_{i+1}), де A_i і A_{i+1} - площі стрижнів із сортаменту, яким відповідають плоскі моменти інерції I_{y_i}, $I_{y_{i+1}}$ і I_{z_i}, $I_{z_{i+1}}$. Припускаючи на інтервалі (A_i, A_{i+1}) лінійну залежність між моментом інерції й площею перерізу (рис. 2), можна виконати кусково-лінійну апроксимацію моментів інерції:

$$\begin{cases} I_{y_i} = k_y A_i + b_y \\ I_{y_{i+1}} = k_y A_{i+1} + b_y \\ I_{z_i} = k_z A_i + b_z \\ I_{z_{i+1}} = k_z A_{i+1} + b_z. \end{cases} \tag{12}$$

Тоді для обчисленої площі стрижня $A \in (A_i, A_{i+1})$ будемо мати такі величини моментів інерції:

$$\begin{cases} I_y = k_y A + b_y \\ I_z = k_z A + b_z. \end{cases} \tag{13}$$

У *підрозділі 3.5* наводиться алгоритм визначення оптимальної геометрії перерізу кожного стрижня, якщо заздалегідь його форма не відома. При цьому треба виходити з тих міркувань, що при рівних площах перерізу (і довжинах стрижнів) більш ефективною є та форма, у якої плоскі моменти інерції більші. На рис. 3 проілюстрована ця ідея: у деяких випадках вигідніше використову-

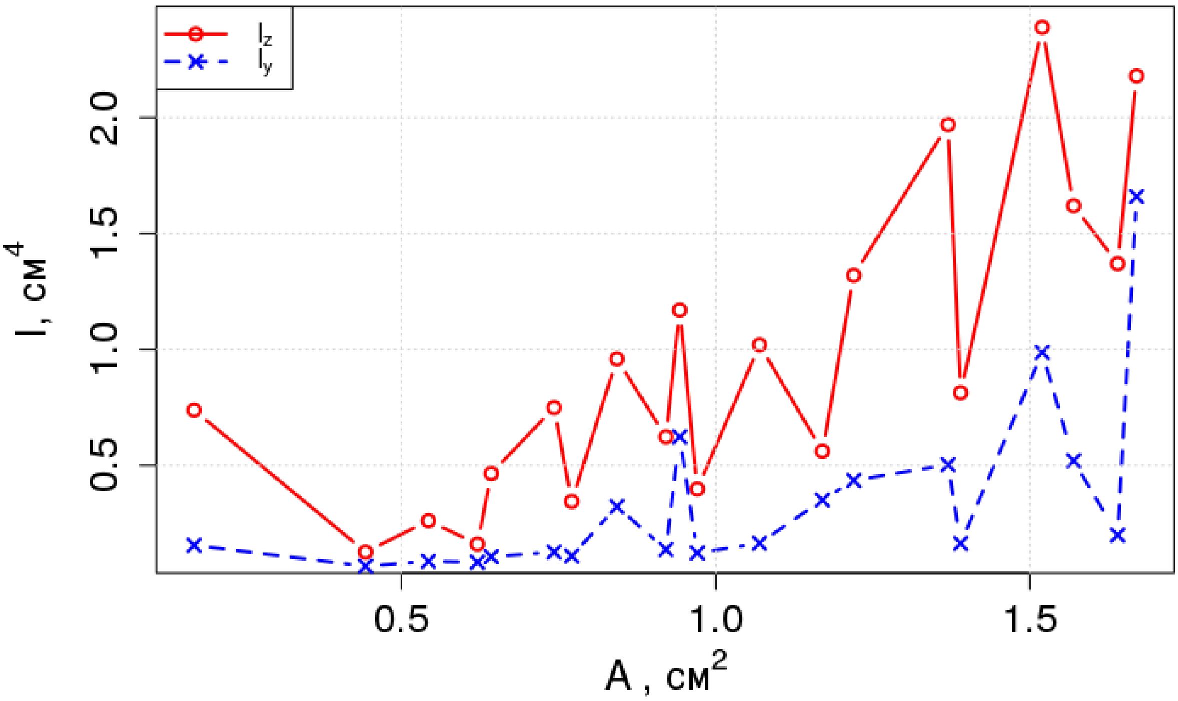

Рисунок 2 – Приклад кусково-лінійної апроксимації моментів інерції перерізу "прямокутна труба": -o- момент інерції I_z; -x- момент інерції I_y

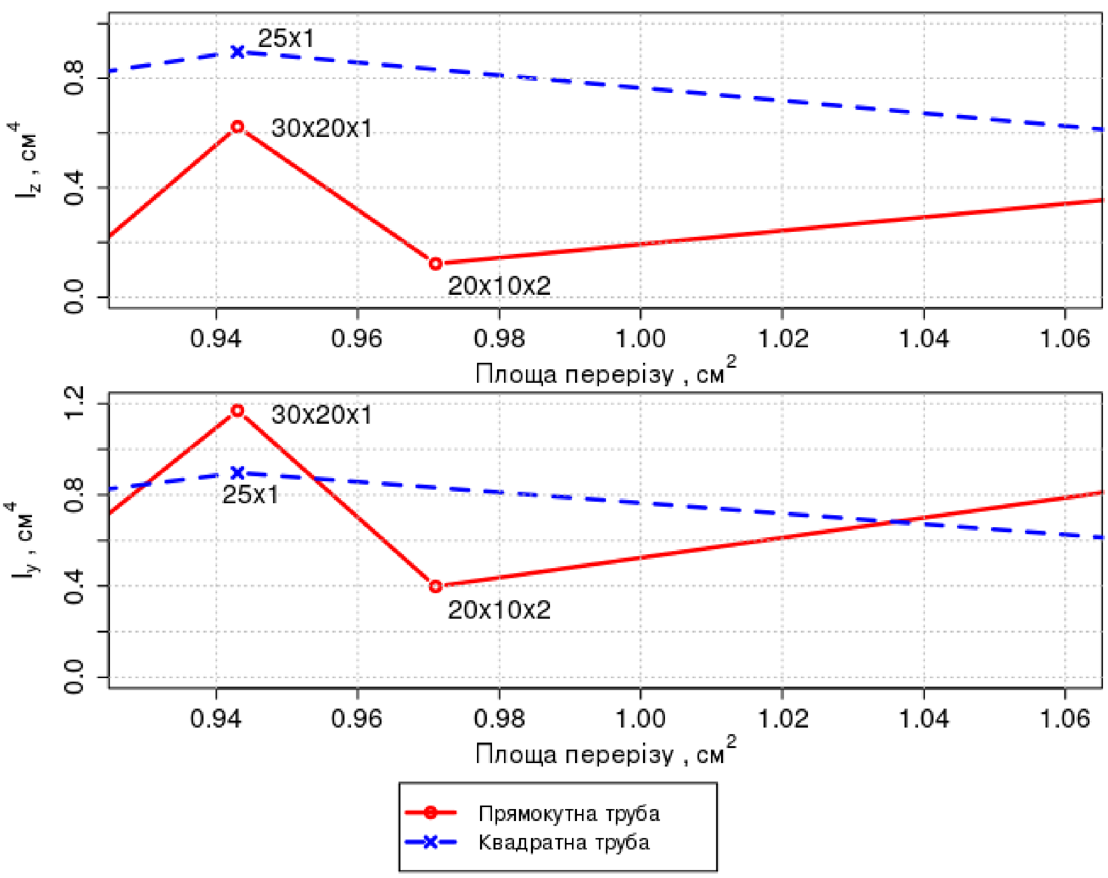

Рисунок 3 – Моменти інерції перерізів "прямокутна" і "квадратна" труба вати квадратну трубу, в інших - прямокутну. Умовно в псевдокоді алгоритм має таку форму:

Вхід: $\mathbb{S} = (S_1, S_2, \ldots, S_n)$ - множина таблиць перерізів формату (A, I_z, I_y); A_i - площа і-го стрижня
Для $S_j \in \mathbb{S}$:
Знайти інтервали $A_i \in (A_{j_1}, A_{j_2}),\ (I_{j_{z_1}}, I_{j_{z_2}}),\ (I_{j_{y_1}}, I_{j_{y_2}})$
Розв'язати систему (13)
Якщо нові (I_z, I_y) більші за попередні значення, **то**
Запам'ятати $j,\ (I_z, I_y)$
КінецьДля
Вивід: $j, (I_z, I_y)$

У **четвертому розділі** розглядається розв'язання оптимізаційної задачі при дії випадкових навантажень.

У *підрозділі 4.1* аналізуються різні типи середовищ, на основі чого робиться висновок, що в реальності система буде функціонувати в настільки складному середовищі, що його апріорі слід вважати стохастичним, а закони розподілу навантажень, найімовірніше, матимуть емпіричну форму.

У *підрозділах 4.2-4.6* випадкові навантаження розглядаються як такі, що підпорядковуються певним статистичним законам, тобто навантаження аналізується як випадкова величина. Наведено найбільш розповсюджені статистичні розподіли, за допомогою яких описуються певні навантаження - наприклад, вітрове, снігове та від людського персоналу. Зазначено, що у випадку дії на довільний вузол стрижневої системи кількох сил, які підпорядковуються ймовірнісним розподілам, для спрощення розрахунків можна послідовно застосовувати правило згортки, щоб отримати єдиний сумарний розподіл.

У *підрозділі 4.7* запропоновано підхід до розв'язання задачі оптимізації топології стрижневої системи при дії випадкових навантажень, що описані ймовірнісними розподілами, за допомогою методу Монте-Карло. Загальна схема розв'язання задачі складається з таких кроків: 1) аналіз статистичних розподілів; 2) семплування з розподілів та розв'язання оптимізаційної задачі для кожної вибірки; 3) узагальнення результатів. Блок-схема розв'язання оптимізаційної задачі при дії випадкових навантажень наведена на рис. 4. Після розв'язання задачі для кожної згенерованої вибірки наступним кроком буде "згортання", тобто приведення множини часткових розв'язків (таб. 1) до єдиної форми: ця проблема розв'язується у *підрозділі 4.8.* Найбільш прийнятною трансформацією даних, наведених у таб. 1, є подання кожного обчисленого параметра у вигляді довірчого інтервалу. В багатьох випадках аналітичні форми розподілів, що описують навантаження, невідомі або мають несиметричну форму з невизначеною дисперсією (наприклад, розподіл Коші), тому методи параметричної статистики тут застосовувати некоректно. До того ж для асиметричних розподілів середнє не є надійною мірою, отже, розв'язок таких задач доцільно будувати на основі квантилів. В цій роботі оцінка довірчих інтервалів квантилів виконується із застосуванням процедури статистичного бутстрепу.

Таблиця 1 – Результат розв'язання оптимізаційної задачі за схемою 4

№ вибірки	Площі перерізів	Моменти інерції
1	$A_{1_1}, A_{1_2}, \ldots, A_{1_m}$	$(I_{1_z}, I_{1_y})_1, (I_{2_z}, I_{2_y})_1, \ldots, (I_{m_z}, I_{m_y})_1$
2	$A_{2_1}, A_{2_2}, \ldots, A_{2_m}$	$(I_{1_z}, I_{1_y})_2, (I_{2_z}, I_{2_y})_2, \ldots, (I_{m_z}, I_{m_y})_2$
...	...	...
N	$A_{N_1}, A_{N_2}, \ldots, A_{N_m}$	$(I_{1_z}, I_{1_y})_N, (I_{2_z}, I_{2_y})_N, \ldots, (I_{m_z}, I_{m_y})_N$

Наприклад, побудова довірчого інтервалу α-квантиля площі перерізу кожного

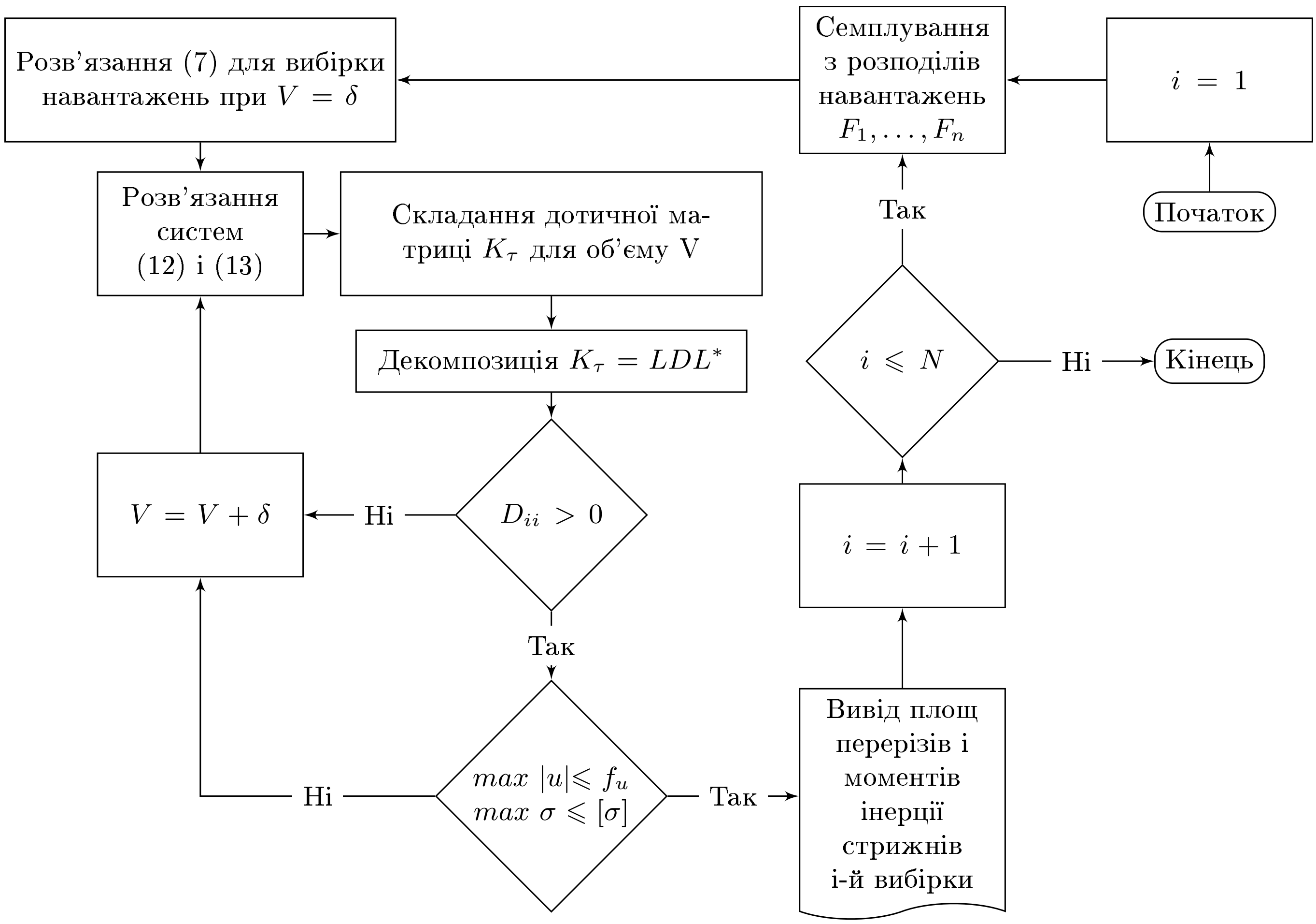

Рисунок 4 – Блок-схема розв'язання оптимізаційної задачі

з m стрижнів з таб. 1 складається з наступних кроків:

1. Побудова множини, що містить площі перерізу i-го стрижня $\mathbb{A}_i = \{A_{1_i}, A_{2_i}, \ldots, A_{N_i}\}$.
2. Генерування M псевдовибірок $\mathbb{A}_i^1, \mathbb{A}_i^2, \ldots, \mathbb{A}_i^M$ з множини $\mathbb{A}_i$.
3. Обчислення α-квантиля для кожної псевдовибірки $\{q_i^1, q_i^2, \ldots, q_i^M\}$.
4. Оцінка довірчого інтервалу α-квантиля i-го стрижня системи за гістограмою множини $\{q_i^1, q_i^2, \ldots, q_i^M\}$.

Виконанням вищеописаної процедури для кожного стрижня визначаються довірчі інтервали α-квантилів площ перерізів, а також довірчі інтервали всіх необхідних геометричних характеристик. Це і буде розв'язком оптимізаційної задачі.

П'ятий розділ присвячено реалізації запропонованого алгоритму розв'язання задачі оптимізації топології стрижневої системи на мові MATLAB/OCTAVE із застосуванням пакету CVX.

У *підрозділі 5.1* розглядається алгоритмічна декомпозиція задачі та наводиться загальна схема обчислювального процесу. Також коротко описані модулі на мові MATLAB/OCTAVE, кожен з яких вирішує певну підзадачу, наприклад, генерацію повного графа, безпосереднє розв'язання задачі (7), обчислення матриць жорсткості тощо.

У *підрозділі 5.2* розглядаються задачі двох типів - з жорстко заданою схемою конструкції та вільного пошуку оптимальної топології по заданих вузлах. В останньому випадку є певні переваги, так як проблема в такому вигляді має більше вільних параметрів, що потенційно дозволяє отримати більш оптимальний розв'язок.

У *підрозділі 5.3* наведено приклад оптимізації топології стрижневої системи у вигляді ферми з прольотом 30000 мм та висотою 3150 мм. Ліва опора шарнірно-нерухома, права шарнірно-рухома. Система зафіксована із площини. Повний граф системи наведено на рис. 5. До вузлів 4-20 верхнього пояса системи прикладені випадкові сили, розподілені за нормальним законом із середнім значенням $2,07 \cdot 10^5$H і середньоквадратичним відхиленням $5 \cdot 10^2$H; до вузлів 2 і 22 - з середнім значенням $1,035 \cdot 10^5$H. Розв'язання оптимізаційної задачі веде до оптимального підграфа, зображеного на рис. 6. Модель експортовано в середовище ANSYS Academic за допомогою розробленої для цього підпрограми. Серед обраних перерізів - прямокутна та кругла труби. Загальний об'єм стрижнів системи дорівнює 0,78985 м^3. Якщо прийняти щільність матеріалу рівною 7800 кг/м^3, то загальна маса конструкції буде 6161 кг. Для порівняння: маса типової ферми аналогічних розмірів марки "ФС30-6.90" дорівнює 8020 кг.

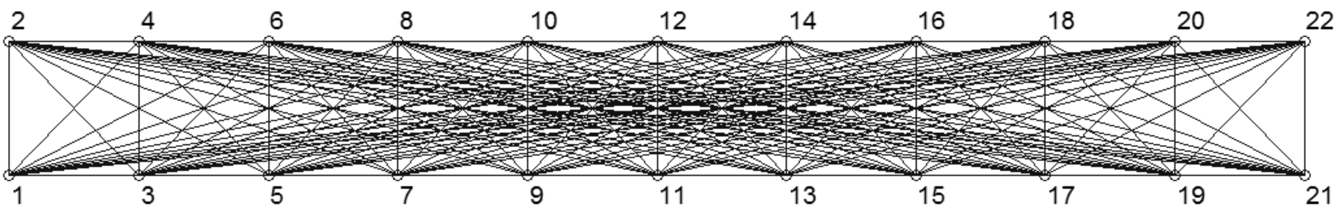

Рисунок 5 – Повний граф стрижневої системи

У *підрозділі 5.4* порівнюються результати розрахунків параметрів стрижневих систем із фіксованою топологією (рис. 7) за запропонованим оптимізаційним алгоритмом (тут він визначає оптимальне співвідношення між площами перерізів стрижнів та їх геометричні параметри), та з застосуванням стандартного алгоритму. Стрижневі системи мають трикутні решітки; прольоти - 18 м, 24 м, 30 м, 36 м, 42 м; висота - 3 м. Ліва опора в кожній системі

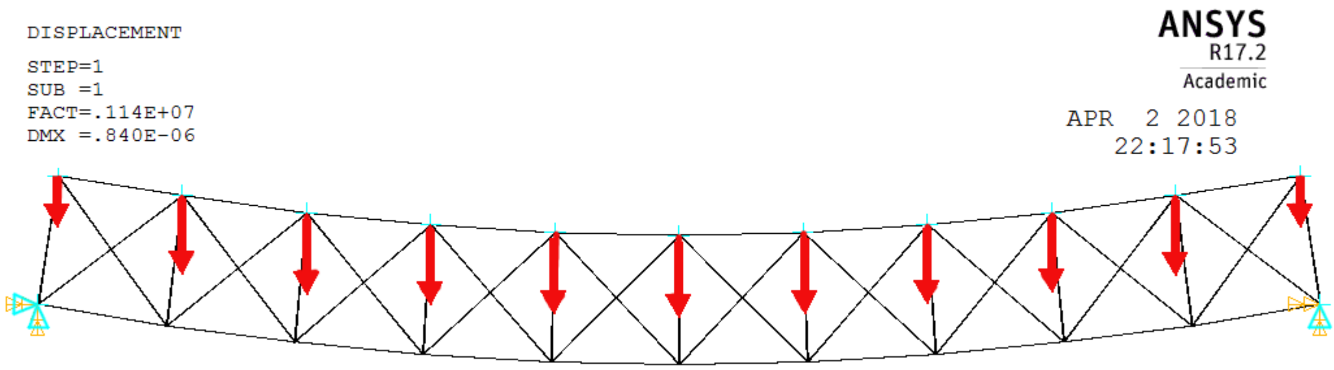

Рисунок 6 – Модель стрижневої системи з оптимальною топологією в Ansys

шарнірно-нерухома, права шарнірно-рухома. Системи зафіксовані із площини у вузлах верхнього пояса. На вузли верхнього пояса діють спрямовані вниз сили в 200 кН. Модуль Юнга дорівнює 200 ГПа, коефіцієнт Пуассона 0,28, розрахунковий опір матеріалу 240 МПа, коефіцієнт умов роботи 0,9. Маси стрижневих систем, отримані при розв'язанні оптимізаційної задачі запропонованою у цій роботі методикою, наведено в таб. 2. Розрахункові маси конструкцій при використанні стандартного підходу з підбором жорсткостей стрижнів так само приведено в таб. 2. Розрахунок проводився як з уніфікацією перерізів, так і без. На рис. 8 зобра-

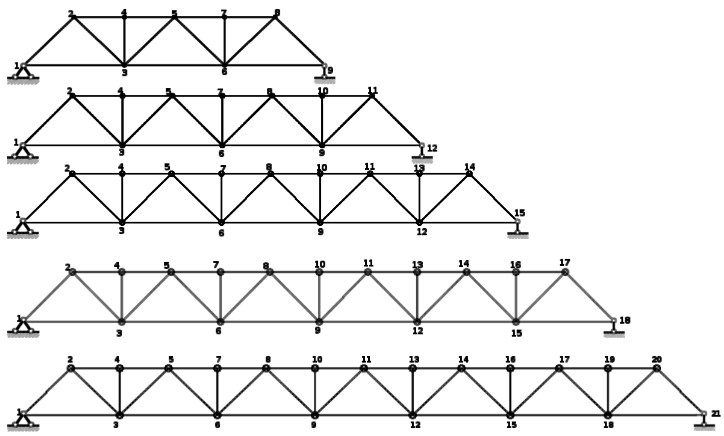

Рисунок 7 – Стрижневі системи з фіксованою топологією

Таблиця 2 – Маса стрижневої системи

Проліт, м	При розв'язанні оптимізаційної задачі, кг	При стандартному розрахунку з уніфікацією перерізів, кг	При стандартному розрахунку, кг
18	1369	2642	1889
24	2917	5396	3688
30	5289	8892	6082
36	8655	17475	10922
42	13187	21109	14413

жено, як зростає маса стрижневої системи в залежності від прольоту й способу розрахунку. Порівняльний аналіз отриманих результатів показує, що маси систем при використанні оптимізаційного алгоритму у всіх випадках менші.

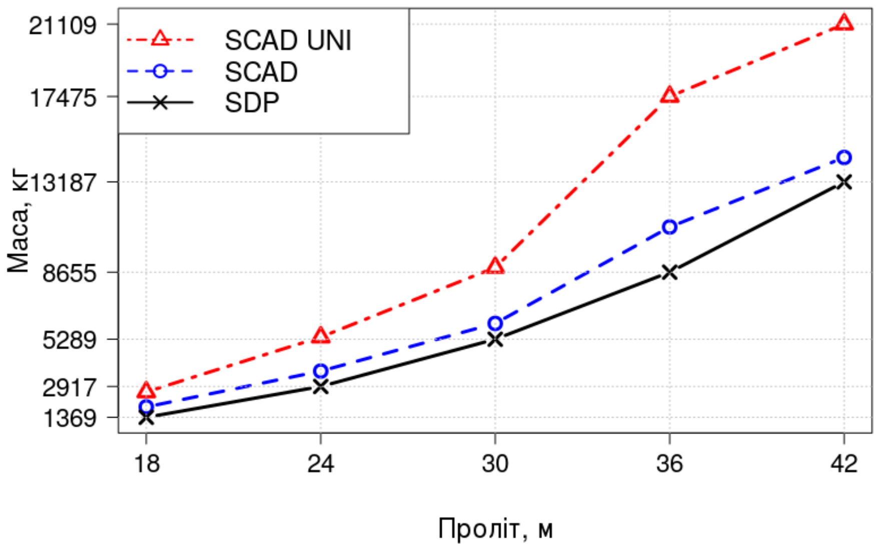

Рисунок 8 – Маса системи при розв'язанні напіввизначеної задачі (SDP) і при стандартному розрахунку з уніфікацією (SCAD UNI) й без (SCAD)

У *підрозділі 5.5* наведено приклади розрахунків просторових стрижневих систем, для яких визначалися топологія і параметри стрижнів. В усіх випадках навантаження приймалося рівномірно розподіленим по площині величиною в 10 кН/м^2. Перша система - це структурна плита, повний граф якої зображено на рис. 9, а топологію, що її отримано після розв'язання оптимізаційної задачі, - на рис. 10. Інша конструкція - куполоподібна система (рис. 11), оптимальна схема якої зображена на рис. 12. Обидві задачі в даному випадку були розв'язані за схемою вільного пошуку топології, тому одержані розв'язки принципово відрізняються від традиційних конструктивних схем.

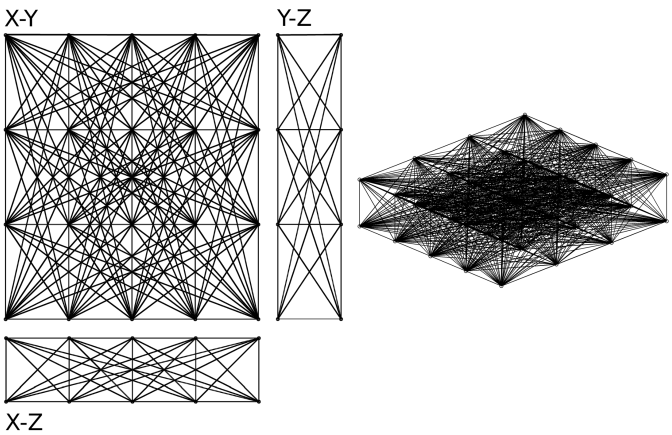

Рисунок 9 – Повний граф структурної плити

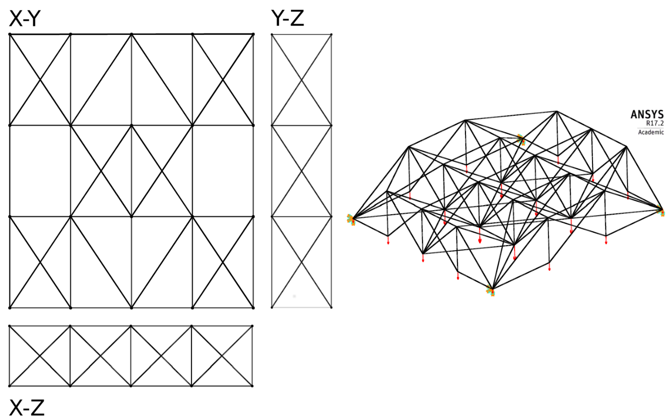

Рисунок 10 – Топологія структурної плити

У *підрозділі 5.6* проведено моделювання стрижневої системи при асиметричних випадкових навантаженнях, які описуються таким чином:

— вузол 2 за віссю X - розподіл Вейбула $F_{2x} \sim W(\lambda = 2 \cdot 10^5, k = 1.3)$;

— вузол 2 за віссю Y - розподіл Гауса $F_{2y} \sim N(\mu = -10^5, \sigma = 10^3)$;

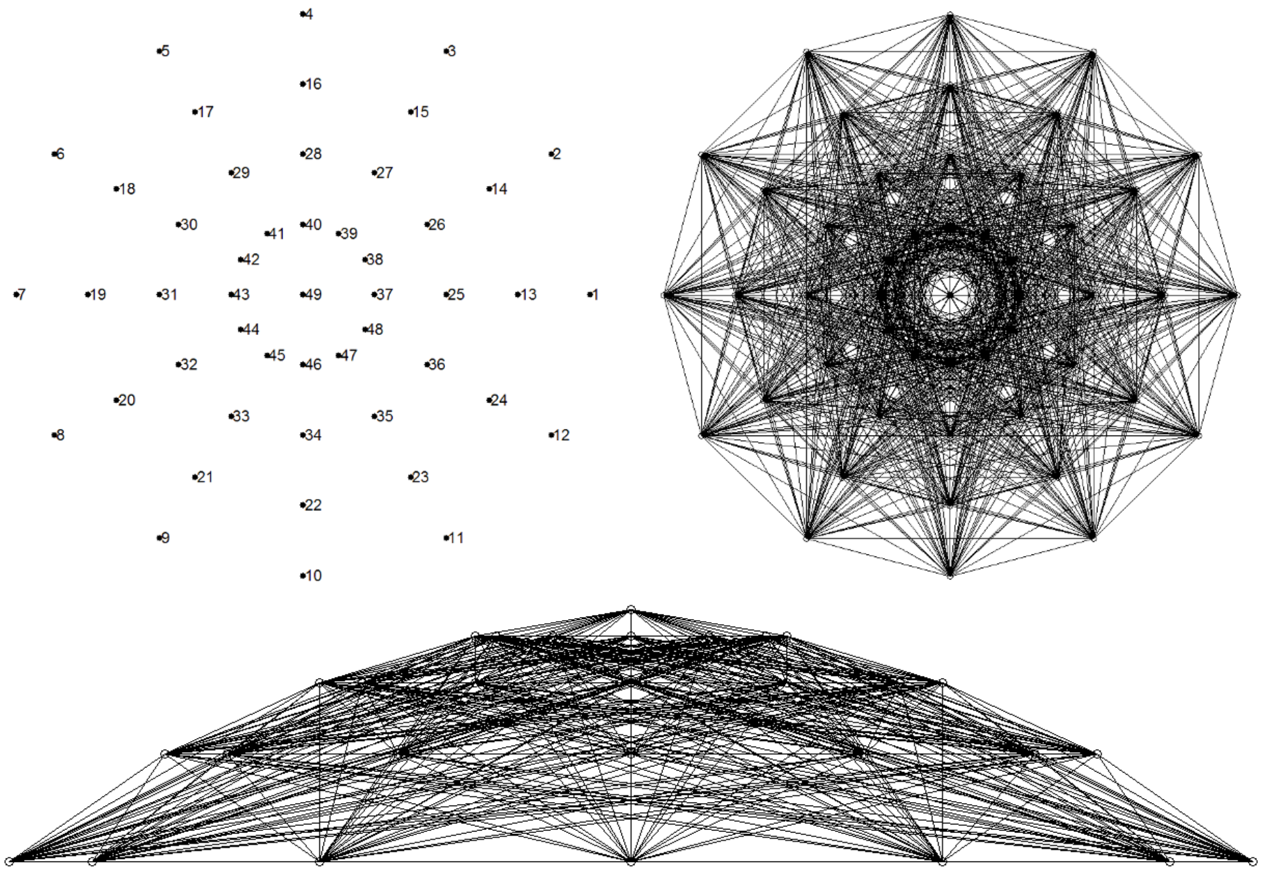

Рисунок 11 – Повний граф куполоподібної системи

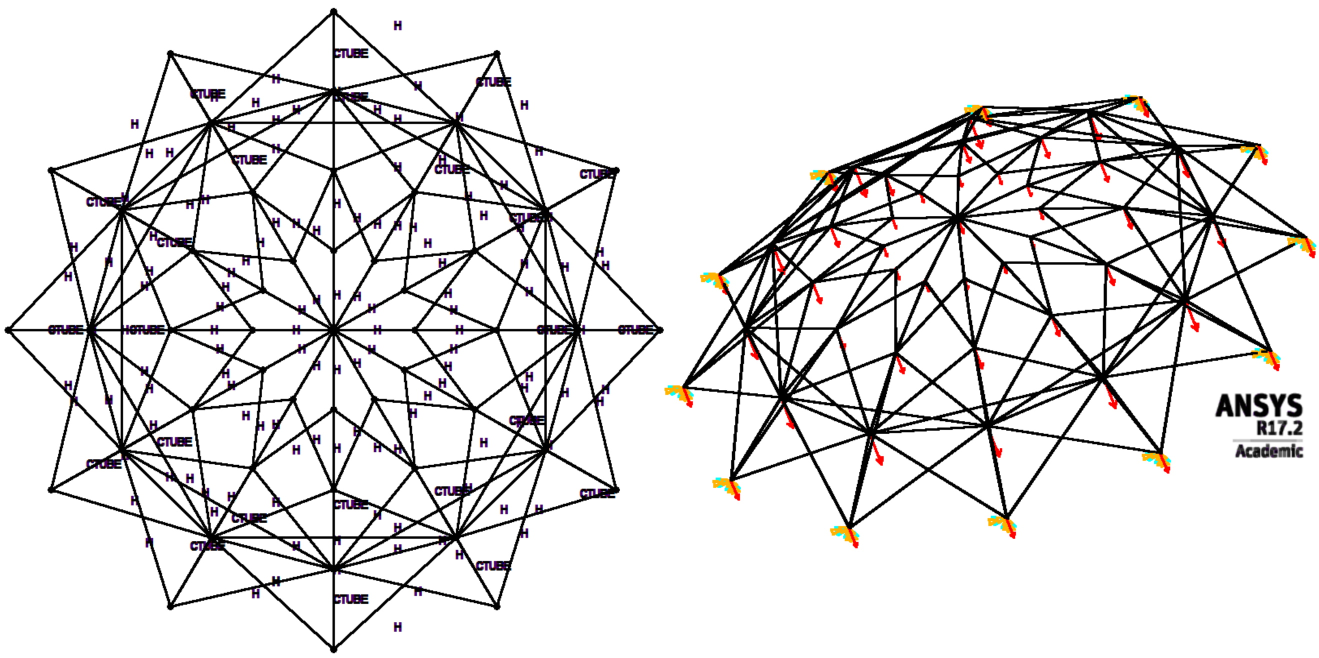

Рисунок 12 – Модель куполоподібної системи в ANSYS

— вузол 4 за віссю Y - узагальнений розподіл екстремальних значень $F_{4y} \sim GEV(\mu = -2 \cdot 10^5, \sigma = 10^3, \zeta = 10^{-2})$.

Базова структура та результат розв'язання оптимізаційної задачі наведені на рис. 13. Для спрощення аналізу заздалегідь було обрано переріз типу "круг". Моделювання стрижневої системи при випадкових навантаженнях дозволило отримати гістограми розподілів площ перерізів стрижнів (рис. 14).

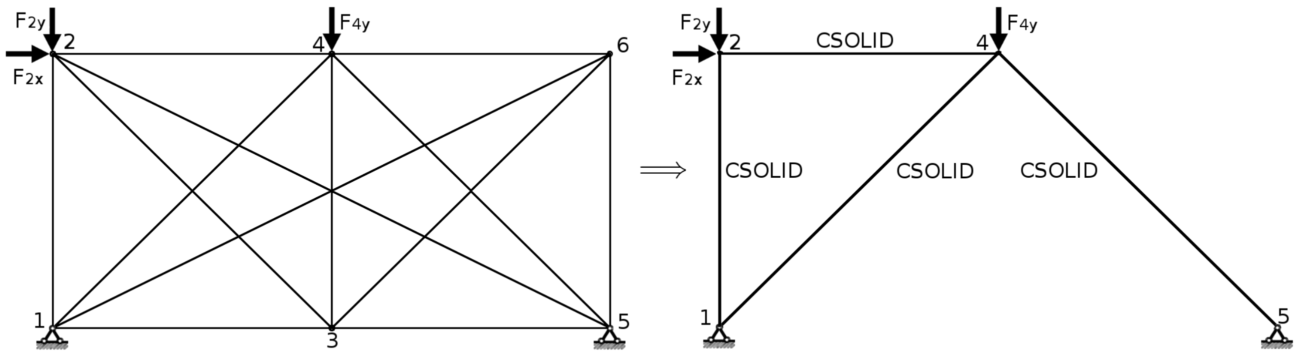

Рисунок 13 – Базова структура та оптимальна топологія стрижневої системи

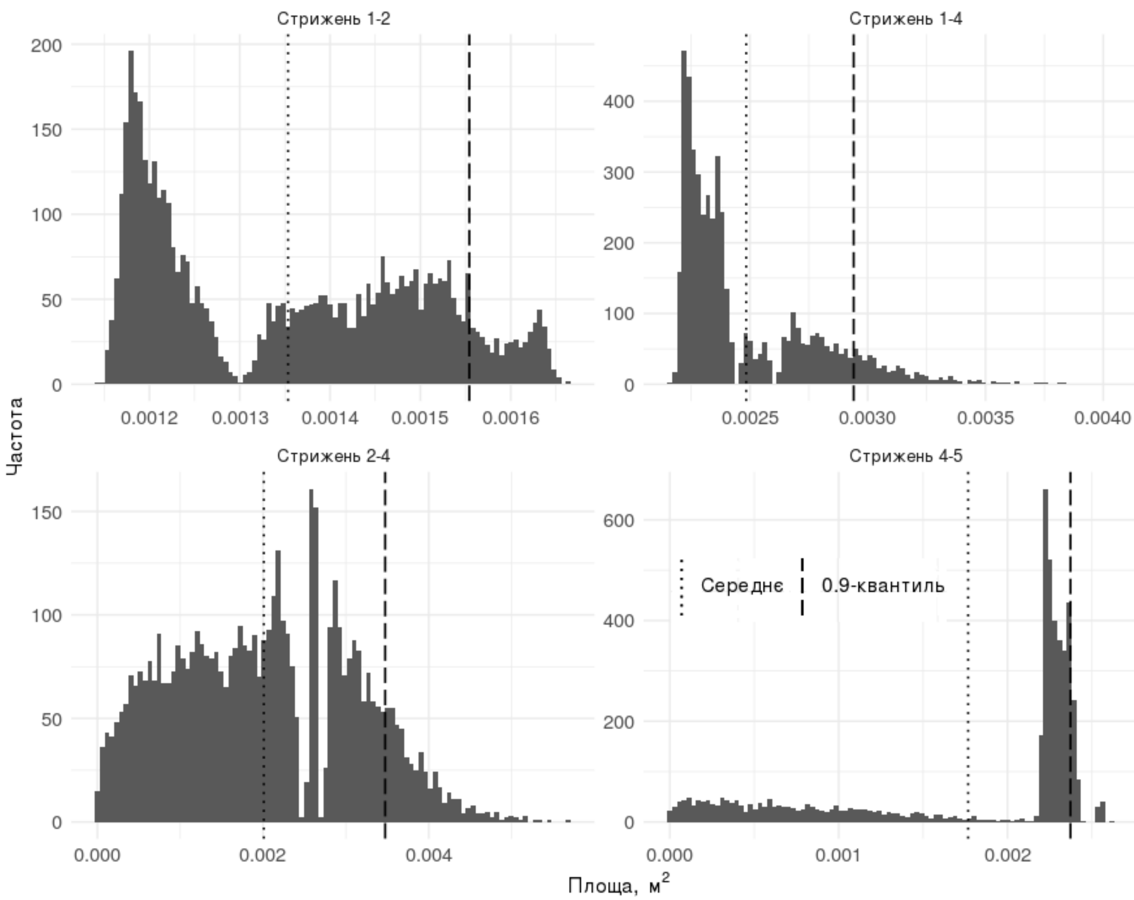

Рисунок 14 – Гістограми розподілів площ перерізів стрижнів

Розподіли площ мають мультимодальний характер, що відображає складність процесу функціонування навіть тривіальної стрижневої системи, який відбувається при дії стохастичних навантажень. На рис. 15 зображено бутстреп-розподіли 0.9-квантилів площ перерізів (пунктирною лінією позначено 95% довірчі інтервали). Слід зазначити: за будь-яких комбінацій навантажень в 90% випадків площа перерізу кожного стрижня не перевищуватимемо обчисленого для площі цього стрижня 0.9-квантиля. Якщо розв'язувати оптимізаційну задачу, шукаючи площі перерізів стрижнів для 0.9-квантилів зовнішніх навантажень, то виявиться, що ці площі не перевищуватимуть верхні межі обчислених раніше 95% довірчих інтервалів відповідних 0.9-квантилів площ перерізів.

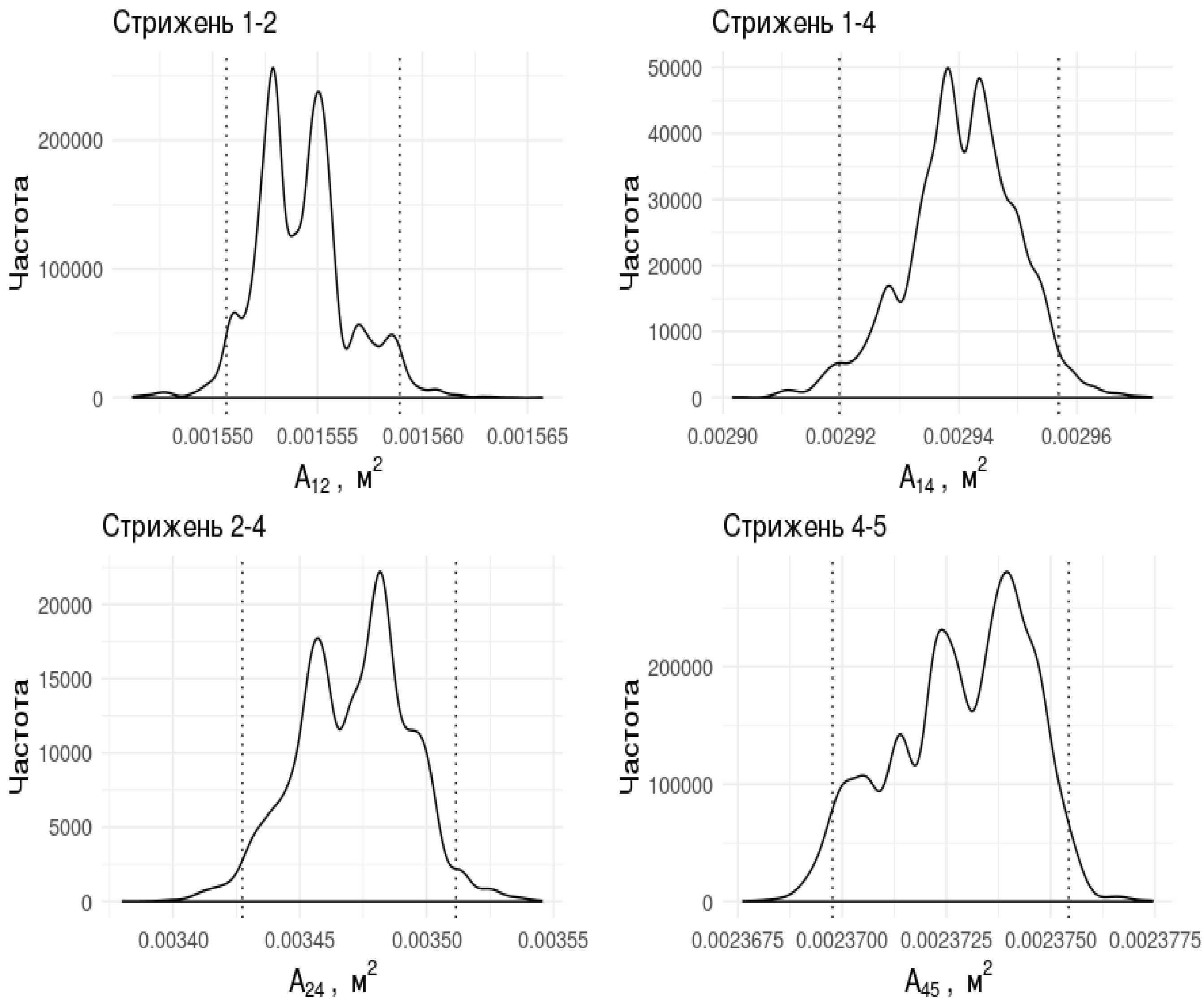

Рисунок 15 – Бутстреп-розподіли 0.9-квантилів площ перерізів стрижнів

ВИСНОВКИ

У дисертації зроблено теоретичне узагальнення і запропоновано нове рішення науково-практичної задачі оптимального проектування будівельних конструкцій, зокрема задачі оптимального проектування стрижневих систем різноманітного призначення, що експлуатуються в умовах дії детермінованих та випадкових навантажень. Задача вирішувалась із застосуванням сучасного математичного апарату теорії нелінійного програмування з широким використанням комп'ютерного моделювання і була спрямована на мінімізацію часових витрат, потрібних для реалізації запропонованих алгоритмів. Це має суттєве значення при проектуванні багатоелементних стрижневих систем. Виконані дослідження дозволяють зробити наступні висновки:

1. Виявлено схему приведення загальної багатокритеріальної проблеми оптимізації топології стрижневої системи до нелінійної задачі математичного програмування в напіввизначеній формі. Також обґрунтовано спосіб модифікації напіввизначеної оптимізаційної задачі, що дозволяє отримувати розв'язок з меншими обчислювальними витратами.
2. Запропоновано схему інтеграції основних інженерно-технічних умов, що висуваються чинними нормативними документами до стрижневих систем, з напіввизначеною оптимізаційною задачею.
3. Розроблено апроксимаційний алгоритм визначення геометричних параметрів перерізів різноманітних прокатних профілів (стрижнів) за відомою площею поперечного перерізу, що дозволяє ефективно виконувати побудову дотичних матриць жорсткості при розрахунках на стійкість.
4. Запропоновано застосування методу Монте-Карло у випадку, коли сили, що діють на стрижневу систему, подано у вигляді емпіричних або теоретичних розподілів. Це дозволяє привести задачу у ймовірнісній постановці до низки детермінованих задач.
5. Обґрунтовано доцільність застосування методів непараметричної статистики при розв'язанні задачі оптимізації топології стрижневих систем. Так, запропоновано використання процедури *статистичного бутстрепу* для зведення множини часткових розв'язків до єдиного розв'язку, де кожний обчислений параметр системи подається у вигляді довірчого інтервалу.
6. Розроблено новий узагальнений алгоритм розв'язання задачі оптимального проектування стрижневих систем, що функціонують при дії детермінованих і випадкових навантажень. Сутність алгоритму полягає у поєднанні методу Монте-Карло і процедури статистичного бутстрепу з опуклою модифікованою оптимізаційною задачею.
7. Виконано моделювання із застосуванням запропонованого в роботі підходу певних плоских та просторових стрижневих систем з метою визначення їх оптимальних топологій та параметрів. Отримані моделі описано на мові ANSYS Parametric Design Language (APDL) та експортовано в програмний комплекс ANSYS Mechanical для подальшого дослідження їх властивостей. Одержані результати показують, що загальна економія витрат металу для традиційних будівельних стрижневих систем складає від 7% до 15%.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації

1. Kucherenko, A.E. Using semidefinite optimization to find effective topology of truss-like elastic structures / A.E. Kucherenko // System technologies. - 2014. - Issue 6(95). - P. 66-71. (Видання включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus).
2. Кучеренко, А.Е. Оптимизация топологии стержневых систем и их устойчивость / А.Е. Кучеренко // Системные технологии. - 2015. - Вып. 4(99). - С. 23-30. (Видання включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus).
3. Кучеренко, А.Е. Оптимизация топологии стержневой системы и статистический бутстрэп ее параметров / А.Е. Кучеренко // Системные технологии. - 2015. - Вып. 5(100). - С. 170-176. (Видання включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus).
4. Кучеренко, А.Е. Аппроксимация момента инерции и поиск оптимальной формы сечения стержня / А.Е. Кучеренко // Системные технологии. - 2016. - Вып. 5(106). - С. 54-60. (Видання включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus).
5. Кучеренко, А.Е. Полуопределенная оптимизация и возможности ее использования для определения эффективных решений стержневых систем в условиях стохастической среды / Е.А. Егоров, А.Е. Кучеренко // Промислове будівництво та інженерні споруди. - 2017. - №4. - С. 5-10.
6. Кучеренко, О.Є. Нелінійна оптимізація топології просторових стержневих систем / Є.А. Єгоров, О.Є. Кучеренко // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2018. - №100. - С. 105-114. (Видання включено до міжнародних наукометричних баз Web of Science, Index Copernicus, Ulrichsweb Global Serials Directory, Directory of Open Access Journals).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

7. Кучеренко, А.Е. Полуопределенная оптимизация топологии стержневых систем / А.Е. Кучеренко // Материалы международной научной-технической конференции “Информационные технологии в металлургии и машиностроении”. - Днепропетровск: Национальная металлургическая академия Украины, 2015. - С. 88.
8. Kucherenko, A. Truss topology optimization and buckling / E. Egorov, A. Kucherenko // Sustainable housing and human settlement: Monograph / Ed. by M. Savytskyi. - Dnipro-Bratislava: SHEE “Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture”, Slovak University of Technology in Bratislava, 2018. - P. 102-107. (За матеріалами міжнародної науково-практичної конференції у Братиславі, 2018).
9. Kucherenko, A. Truss topology optimization: comparison with typical confi-

gurations / E. Egorov, A. Kucherenko // Innovative lifecycle technologies of housing, industrial and transportation objects: Monograph / Ed. by M. Savytskyi. - Dnipro-Bratislava: SHEE "Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture", Slovak University of Technology in Bratislava, 2018. - P. 5-10. (За матеріалами міжнародної науково-практичної конференції у Брюховичах, 2018).

АНОТАЦІЯ

Кучеренко О. Є. **Нелінійна оптимізація топології стрижневих систем при дії детермінованих і випадкових навантажень.** — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.23.17 "Будівельна механіка" (19 — Архітектура та будівництво). — Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури" Міністерства освіти і науки України, Дніпро, 2019.

Дисертація присвячена дослідженню, розробці та обґрунтуванню нового підходу до оптимального проектування стрижневих систем, що функціонують при дії детермінованих і випадкових навантажень. У роботі запропоновано використання методу Монте-Карло для генерації вибірок навантажень, для яких розв'язується модифікована напіввизначена задача оптимізації топології стрижневої системи. Для перевірки інженерних вимог до системи розроблено алгоритм кусково-лінійної апроксимації моментів інерції перерізу; також розроблено алгоритм визначення оптимальної форми перерізу. Для зведення множини розв'язків до єдиного, у дисертації запропоновано використовувати статистичний бутстреп, що дозволяє для кожного стрижня отримати довірчий інтервал розрахункового параметра (наприклад, для 0.9-квантиля площі перерізу). Описаний у дисертації алгоритм дозволяє ефективно розв'язувати плоскі і просторові задачі. Запропонований підхід може бути використано як для безпосереднього розв'язання задач оптимізації топології стрижневих систем, так і для подальшого дослідження оптимізаційних та статистичних методів у будівельній та обчислювальній механіці.

Ключові слова: стрижнева система, топологія, напіввизначена оптимізація, методи Монте-Карло, апроксимація, стійкість, момент інерції, квантиль, бутстреп.

SUMMARY

Kucherenko A. E. **Nonlinear topology optimization of truss-like structures under deterministic and random loads.** — Manuscript.

PhD thesis in Engineering with specialization 05.23.17 "Structural mechanics". — Prydniprovska State Academy of Civil Engineering and Architecture, Dni-

pro, 2019.

The thesis is devoted to the study, development and justification of a new approach to the optimal design of truss-like structures functioning in a stochastic environment under deterministic and random loads. In this paper it is proposed to use the Monte Carlo method to generate load samples. Then a modified semidefinite optimization problem is solved for each sample. To check design requirements for the truss (e.g., buckling) an algorithm for piecewise linear approximation of moments of inertia has been developed. Also, an algorithm for the optimal shape selection of a cross-section has been developed. It is proposed to use statistical bootstrapping to convolve the set of solutions for each sample to a single generalized solution. This approach allows us to estimate a confidence interval for each parameter of any member of the truss (e.g., for 0.9-quantile of a cross-section area). The algorithm described in the thesis provides effective solutions for planar and space high-dimensional problems. The proposed approach can be used to solve truss topology optimization problems and for further study of optimization and statistical methods in computational mechanics.

Key words: truss, topology, semidefinite optimization, Monte Carlo method, approximation, buckling, moment of inertia, quantile, bootstrapping.